Anleitung Nr.:

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR VORGERÜCKTE AN DER ETH ZÜRICH

# **Rutherford – Streuung**



Autor:Reiner MühleErstellung:September 1999 / ref. 01.2007 (Lukas Wacker)

### Achtung :

Die Vakuumkammer darf nur vom Assistenten geöffnet werden (<sup>241</sup>Am-Quelle !) Bitte unbedingt alle angegebenen Sicherheitshinweise beachten !

## Inhaltsverzeichnis

1	EINLEITUNG				
2	AUF	GABENSTELLUNG	3		
	21	VERSUCHSVORBEREITUNG	3		
	2.1	Kinetische Energie der a-Teilchen	3		
	2.1.1	Die minimal mögliche Annäherung D			
	2.1.2	Gültigkeit der Rutherford-Formel	4		
	2.1.3	Snezifischer Energieverlust	4		
	2.1.7	Differentieller Wirkungsauerschnitt $\sigma(\vartheta)$	4		
	2.1.3	Experimentel i F Aliegaben	4		
	2.2	Diskriminatorkurve Fnergieverteilung			
	2.2.1	Winkelverteilung	5		
3	KEN	NTNISED WEDR	5		
5	IXE:				
	•	Kinematik des $\alpha$ -Zerfalls	5		
	•	Funktion des Halbleiterdetektors	5		
	•	Messelektronik (Signalverarbeitung)	5		
	•	Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Materie	5		
	•	Messwert-Erfassung	5		
	•	Messwert-Verarbeitung	5		
	CDI				
4	GRU	INDLAGEN	6		
	4.1	ELASTISCHE STREUUNG	6		
	4.2	WIRKUNGSQUERSCHNITT	7		
	4.3	WIRKUNGSQUERSCHNITT FÜR ELASTISCHE STREUUNG	8		
	4.4	BEZUG ZU DEN MESSGRÖSSEN			
5	MES	SAPPARATUR			
	<b>5</b> 1		10		
	5.1	AUFBAU DER APPARATUR	10		
	5.2	ANGABEN ZU DEN KOMPONENTEN			
	5.2.1	Quelle			
	5.2.2	Streujoue	12		
	5.2.5	Delektor	12		
	3.2.4	Elekironik	14		
6	VER	SUCHSDURCHFÜHRUNG	15		
	6.1	EVAKUIEREN DER STREUKAMMER	15		
	6.2	AUFNAHME DER DISKRIMINATORKURVE	15		
	6.3	AUFNAHME DER WINKELVERTEILUNG	15		
7	ABV	EICHUNGEN VON DER RUTHERFORD-STREUFORMEL			
8	LITI	ERATUR	16		
9	ANH	[ANG	17		
	9.1	ENERGIERII ANZ DES $\alpha_{-}$ ZEREALLS	17		
	9.1	PALIMWINIZEI	20		
	9.2	SDEZIEISCHED ENEDCIEVEDI UST BDEMOVEDMÄGEN	20		
	ر.ر <b>031</b>	Theorie			
	932	Energieverlust in der Streufolie und im Detektor-Fintrittsfenster	21 24		
	9.4	STATISTISCHE ANALYSE DER MESSWERTE	25		
	9.5	TABELLE A1: $\gamma$ 2-VERTEILUNG [8] FÜR 0 99 > $\alpha$ > 0 50	30		
	9.6	TABELLE A1 (FORTSETZING): $\gamma^2$ -VERTEILUNG [8] FÜR 0.40 > $\alpha$ > 0.001	31		
	9.7	VERSUCHSPROTOKOLI			
	9.8				
	9.0	ABRII DUNGEN			
	1.1				

### 1 Einleitung

Im Jahre 1913 publizierten Geiger und Marsden [1] die Ergebnisse ihrer Untersuchungen zur Streuung von  $\alpha$ -Teilchen an dünnen Metallfolien. Durch diese Experimente wurde die von Rutherford [2] aufgestellte Hypothese der Existenz eines schweren positiv geladenen Atomkerns innerhalb des Atoms glänzend bestätigt.

Bei diesen Experimenten wurden  $\alpha$ -Teilchen (He<sup>2+</sup>-Ionen) natürlicher radioaktiver Strahler als Sonden eingesetzt. Diese Ionen mit Energien im MeV-Bereich können durch Wechselwirkungsprozesse mit den leichten Elektronen des streuenden Atoms nur geringfügig abgelenkt werden. Grosse Streuwinkel, wie sie experimentell beobachtet wurden, sind nur durch Streuung am Atomkern möglich.

Künstlich beschleunigte Ionen wurden etwa ab 1932 für die Auslösung von Kernprozessen eingesetzt, nachdem entsprechende Teilchenbeschleuniger zur Verfügung standen. Den Mittelpunkt dieser Arbeiten bildeten die Aufklärung der Struktur und der Niveauschemata der Atomkerne und die durch den Ionenbeschuss ausgelösten Kernumwandlungen. Die Ionenstreuung wurde bereits damals zur Identifizierung von Fremdatomen in den beschossenen Targetmaterialien genutzt. Die breite Anwendung der Ionenstreuung wurde jedoch erst möglich, nachdem Halbleiterdetektoren für den Nachweis von Teilchen- und Quantenstrahlung zur Verfügung standen. In der Verbindung mit diesen Detektoren und durch den Einsatz von Kleinrechnern wurden niederenergetische Beschleuniger zu breit genutzten Analysegeräten. Die Nutzung der Ionenstreuung für analytische Anwendungen wurde durch die Einführung der Ionenimplantation zur Dotierung von Halbleitern stark beeinflusst. Diese neuartige Dotierungstechnologie machte die Messung von Defektund Dotantentiefenprofilen notwendig, was mittels der Ionenstreuung gelöst werden konnte [3]. Heute wird die Ionenstreuung, insbesondere die Streuung von He-Ionen mit Energien E < 2 MeV, zur Analyse oberflächennaher Bereiche von Festkörpern breit genutzt.

### 2 Aufgabenstellung

Die Hauptaufgabe des vorliegenden Versuches ist die Überprüfung der Winkelabhängigkeit in der Rutherford'schen Streuformel durch die Bestimmung des Exponenten von  $\sin(\vartheta/2)$ .

### Im Einzelnen sind folgende Aufgaben zu lösen:

### 2.1 Versuchsvorbereitung

### 2.1.1 Kinetische Energie der α-Teilchen

- Berechnen Sie die kinetische Energie  $T_{\alpha i}$  der  $\alpha$ -Teilchen, die von einer <sup>241</sup>Am-Quelle emittiert werden.
- Bestimmen Sie daraus ihre mittlere Energie  $T_m$  unter Verwendung der angegebenen Übergangswahrscheinlichkeiten.
- Berechnen Sie die mittlere kinetische Energie  $T_{mc}$  der  $\alpha$ -Teilchen im Schwerpunktsystem ( $\alpha$ -Teilchen Gold-Atom).

### 2.1.2 Die minimal mögliche Annäherung D

- Berechnen Sie die minimal mögliche Annäherung D der  $\alpha$ -Teilchen an einen Goldkern unter Benutzung der Gl. (7.1).
- Bestimmen Sie mit der Gl. (4.13) für diesen zentralen Stoss den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

### 2.1.3 Gültigkeit der Rutherford-Formel

- Berechnen Sie den Streuwinkel θ (Abb.15) und den Stossparameter b (Glg. 4.3) f
  ür zwei verschiedene Abstände x<sub>min</sub> und x<sub>max</sub> zwischen Streufolie und Detektor (diese beiden Werte werden Ihnen vom Assistenten angegeben).
- Untersuchen Sie, ob bei Verwendung von α-Teilchen in dem betrachteten Energiebereich Abweichungen von der Rutherford-Formel zu erwarten sind (Kap.7).

### 2.1.4 Spezifischer Energieverlust

### 2.1.4.1 In der Goldfolie

- Berechnen Sie mit der Bethe-Bloch Formel (Kap. 9.3) das Bremsvermögen von  $\alpha$ -Teilchen in Gold in den Einheiten eV/(10<sup>15</sup> Atome/cm<sup>2</sup>) und keV /  $\mu$ m. Verwenden Sie die in der Tab. III angegebenen Konstanten für K und  $\langle E_B \rangle$ .
- Welche Energie der  $\alpha$ -Teilchen steht für die Signalbildung im Halbleiter zur Verfügung, wenn das mittlere Loch der Streugeometrie verwendet wird.
- Berechnen Sie für  $x_{min}$  die minimale und maximale Energie,  $E_{min}$  und  $E_{max}$ , der  $\alpha$ -Teilchen, die im Streuexperiment für die Signalbildung im Detektor zur Verfügung stehen unter Berücksichtigung der endlichen räumlichen Ausdehnung von Streufolie und Detektor.

### 2.1.4.2 In Luft

 Berechnen Sie mit der Bethe-Bloch Formel (Kap. 9.3) das Bremsvermögen von α-Teilchen in Luft in den Einheiten eV/(10<sup>15</sup> Atome/cm<sup>2</sup>) und keV / mm. Bei welchem Kammerdruck machen sich Energieverluste bemerkbar?

### 2.1.5 Differentieller Wirkungsquerschnitt $\sigma(\vartheta)$

- Berechnen Sie den Korrekturfaktor, der sich f
  ür σ(ϑ) ergibt, wenn Sie die endliche Masse des Goldkerns ber
  ücksichtigen.
- Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Rutherford-Streuung für x<sub>min</sub>. Welche Korrekturen ergeben sich, wenn Sie die endliche Ausdehnung von Streufolie und Detektor berücksichtigen?

### 2.2 Experimentelle Aufgaben

### 2.2.1 Diskriminatorkurve, Energieverteilung

- Aufnahme des integralen Impulshöhenspektrums (Diskriminatorkurve) mit Hilfe des direkten α-Strahles (mittleres Loch geöffnet).
- Ableitung des Impulshöhenspektrums und der Energieverteilung der α-Teilchen (Kap. 5.2.1).
- Bestimmung des Arbeitspunktes.

• Bestimmen Sie die Aktivität der Quelle in Becquerel (Bq) und Curie (Ci) (mittleres Loch geöffnet, kleinst möglichster Abstand x).

### 2.2.2 Winkelverteilung

- Messen Sie f
  ür mindestens zw
  ölf x-Werte im Bereich zwischen x<sub>min</sub> und x<sub>max</sub> die Streurate (mittleres Loch geschlossen !) und den Untergrund (mittleres Loch geschlossen und α-Quelle abgedeckt). W
  ählen Sie die Lage der Messpunkte geschickt aus! Die 
  äusseren Punkte im Messbereich tragen viel st
  ärker zur Genauigkeit bei als Punkte in der N
  ähe des Zentrums.
- Stellen Sie die Winkelverteilung,  $N_a / (\Omega_D^* t) = f(\vartheta)$ , grafisch dar. Diskutieren Sie das Ergebnis.
- Bestimmen Sie den Wert des Exponenten von sin(ϑ/2) in der Streuformel, f
  ür den sich theoretisch der Wert - 4 ergeben m
  üsste, unter Ber
  ücksichtigung der Fehler in x und y. F
  ühren Sie eine gr
  ündliche Fehlerrechnung durch.
- Bestimmen Sie aus der Grafik die Aktivität der Americium-Quelle (Kap. 4.4) und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Aktivität, die Sie aus der Messung mit dem direkten α-Strahl bestimmt haben (Raumwinkel beachten!).
- Überprüfen Sie mit dem Chiquadrat-Test [8] die Qualität Ihrer Messung (Kap. 9.4).

### 3 Kenntniserwerb

Die folgenden Themenkomplexe sollten Sie am Ende des Versuches verstanden haben:

• Kinematik des  $\alpha$ -Zerfalls.

Bestimmung der Energie der  $\alpha$ -Teilchen.

- Funktion des Halbleiterdetektors Bändermodell des Halbleiters, pn-Übergang, Signalentstehung, Energieauflösung.
- Messelektronik (Signalverarbeitung) Detektor, Vorverstärker, Verstärker, Diskriminator, Impulsformer, Zähler.
- Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Materie
- die elastische Streuung als Einzelprozess: Stossparameter, Ablenkwinkel, Betrachtung im Labor- und Schwerpunktsystem.
- die elastische Streuung als Kollektivprozess: Wirkungsquerschnitt, differentieller Wirkungsquerschnitt (Transformation zwischen Labor- und Schwerpunktsystem)
- spezifischer Energieverlust Bethe-Bloch-Formel, Reichweite, Reichweite-Streuung, Energie-Streuung.
- Messwert-Erfassung

Optimale Wahl der Messpunkte und der Messzeiten.

### • Messwert-Verarbeitung

Statistische Analyse, lineare Regression unter Berücksichtigung der Messfehler, Anpassungstest ( $\chi^2$  – Test).

### 4 Grundlagen

#### 4.1 Elastische Streuung

Wir betrachten die elastische Streuung von  $\alpha$ -Teilchen am unabgeschirmten Coulombpotential von Au-Kernen (siehe Abb.1). Das  $\alpha$ -Teilchen fliegt mit der Geschwindigkeit v<sub>0</sub> und dem Stossparameter b auf den Targetkern zu und wird um den Winkel  $\vartheta$  abgelenkt. Der Au-Kern möge sich vor dem Stoss in Ruhe befinden.

-  $\alpha$ -Teilchen  $m_1$  $Z_1 \in v_0$  $E_0$ - Au-Kern  $m_2$ 

 $\begin{array}{rll} m_1 & \text{Masse} \\ Z_1e & \text{Ladung} (Z_1=2) \\ v_0 & \text{Geschwindigkeit} \\ E_0 & \text{kinetische Energie} \\ m_2 & \text{Masse} \\ Z_2e & \text{Ladung} (Z_2=79) \end{array}$ 

Potential: 
$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{Z_1 Z_2 \in 2}{r} > 0$$
 (4.1)

mit:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = \stackrel{2}{\leftarrow} = 1.44 \text{ eV nm}$$
(4.2)

Im abstossenden Coulombpotential beschreibt das  $\alpha$ -Teilchen eine Hyperbelbahn [5]. Für den Streuwinkel  $\vartheta$  ergibt sich folgende Beziehung:

$$\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{Z_1 Z_2 \in^2}{m_1 v_0^2 b} = \frac{Z_1 Z_2 \in^2}{2 E_0 b}$$
(4.3)

Bei gegebener Energie  $E_0$  bestimmt der Stossparameter b somit eindeutig den zugehörigen Streuwinkel  $\vartheta$ .



Abb. 1 Elastische Streuung

Das  $\alpha$ -Teilchen überträgt bei der Wechselwirkung kinetische Energie auf den Au-Kern. Die kinetische Energie E<sub>1</sub> des  $\alpha$ -Teilchens nach der Wechselwirkung lässt sich aus den Erhaltungssätzen von Energie und Impuls berechnen [3]. Für das Verhältnis E<sub>1</sub>/E<sub>0</sub> ergibt sich:

$$\frac{E_1}{E_0} = K_2 = \left[ \left( K_1 \cos \vartheta + \sqrt{1 - K_1^2 \sin^2 \vartheta} \right) / (1 + K_1) \right]^2 \text{ mit } K_1 = m_1 / m_2$$
(4.4)

K<sub>2</sub> wird kinematischer Faktor genannt.

#### 4.2 Wirkungsquerschnitt



Target

#### Abb. 2 Streuexperiment

Zur Berechnung der Anzahl der gestreuten Teilchen als Funktion des Streuwinkels benötigen wir den Begriff des Wirkungsquerschnittes. Ein übliches Streuexperiment ist in der Abb. 2 schematisch dargestellt [5]. Ein paralleler Strahl von Teilchen fällt auf ein Target und leuchtet die Fläche A aus. Unter dem Winkel  $\vartheta$  gegen die Richtung des einfallenden Strahles befindet sich ein Detektor. Er weist die in das Raumwinkelelement d $\Omega$  vom Target auslaufenden Teilchen nach. Wir fragen nach der Zahl der vom Detektor pro Zeiteinheit registrierten gestreuten Teilchen. Da keine weitere Richtung physikalisch ausgezeichnet sein soll (etwa z.B. durch einen Spin oder ein Magnetfeld), wird die Streuintensität nicht vom Azimutwinkel  $\phi$ , sondern nur von  $\vartheta$  abhängen.

Die Wahrscheinlichkeit W (klassische Definition), dass bei der Bestrahlung der Targetfläche A eine elastische Streuung stattfindet, ist gegeben durch:

$$W = \frac{dN_a/dt}{dN_e/dt} = \frac{N_a/t}{N_e/t} = \frac{N_{AK}\sigma}{A} = \frac{\text{Zahl der Streuereignisse pro Zeiteinheit}}{\text{Zahl der einfallenden Teilchen pro Zeiteinheit}}$$
(4.5)

Da die Halbwertszeit von <sup>241</sup>Am gross gegenüber der Dauer unseres Experimentes ist, haben wir zeitlich stationäre Verhältnisse. Deshalb konnten wir die Terme dN/dt durch N/t ersetzen.. Weiterhin haben wir jedem Streuzentrum eine definierte Fläche  $\sigma$ zugeordnet (Wirkungsquerschnitt). Immer wenn der Schwerpunkt des einlaufenden Teilchens in diese Fläche trifft, soll eine Streuung stattfinden. N<sub>AK</sub> ist die Anzahl der Atomkerne (Streuzentren) im bestrahlten Targetvolumen V=A\*d. Wir haben dabei angenommen, dass die Targetdicke d so klein ist, dass sich die Wirkungsflächen  $\sigma$ nicht überdecken. Aus Gl. (4.5) erhalten wir für  $\sigma$  somit:

$$\sigma = \frac{N_a / t}{N_{AK} N_e / (At)} = \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro Streuzentrum und Zeiteinheit}}{\text{Stromdichte der einfallenden Teilchen}}$$
(4.6)

Für die Wahrscheinlichkeit dW(v), d.h. für die Streuung in das Raumwinkelelement  $d\Omega$  unter dem Winkel  $\vartheta$ , erhalten wir damit:

$$dW(\vartheta) = \frac{dN_a/t}{N_e/t} = \frac{N_{AK}d\sigma(\vartheta)}{A} = \frac{N_{AK}}{A}\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega}d\Omega$$
(4.7)

Die Grösse  $d\sigma/d\Omega = \sigma(\vartheta)$  wird als differentieller Wirkungsquerschnitt bezeichnet. Aus Glg. (4.7) erhalten wir dafür den folgenden Ausdruck:

$$\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} = \sigma(\vartheta) = \frac{dN_a/d\Omega}{N_{AK} N_e/A} = \frac{dN_a/(d\Omega t)}{N_{AK} j}, \qquad (4.8)$$

das heisst:

$$\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} = \frac{\text{Zahl der in dU gestreuten Teilchen pro Zeiteinheit}}{\text{Anzahl der Targetkerne} \cdot \text{Stromdichte der einfallenden Teilchen}}$$

Die Grösse  $i = N_e/(A t)$  ist die Teilchenstromdichte der einfallenden Teilchen. Die Gleichungen (4.6) und (4.8) können als Definition der Wirkungsquerschnitte angesehen werden. Sie sind auch für quantenmechanische Probleme brauchbar. Integriert man  $\sigma(\vartheta)$  über den gesamten Raumwinkel, so erhält man den totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{tot}$ . Analog definiert man in der Kernphysik Wirkungsquerschnitte für Kernreaktionen. Der Wirkungsquerschnitt hat die Dimension einer Fläche. Die gebräuchliche Einheit ist

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$
,

da die Werte vieler Wirkungsquerschnitte in dieser Grössenordnung liegen. Die Einheit für den differentiellen Wirkungsquerschnitt ist entsprechend z.B. barn/sr oder mbarn/sr.

### 4.3 Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung

Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes für die elastische Streuung berücksichtigen wir zunächst die Gleichung (4.3). Der Streuwinkel & ist eine eindeutige Funktion des Stossparameters b und der Teilchenenergie E, d.h.:  $\vartheta = \vartheta(b,E)$ . Alle Teilchen, die asymptotisch aus einem Kreisring zwischen b und b+db um die Symmetrieachse kommen, werden in den Raumwinkel d $\Omega$ =2 $\pi$ sin $\vartheta$ d $\vartheta$  gestreut und müssen sich dort wiederfinden, d.h.:

$$\mathbf{j} \cdot 2\pi \,\mathbf{b} \,d\mathbf{b} = \mathbf{j} \cdot d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \mathbf{j} \cdot 2\pi \sin\vartheta \,d\vartheta \,\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega}$$

oder: 
$$\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\vartheta} \left| \frac{db}{d\vartheta} \right|$$
 (4.9)

In Gl. (4.9) steht das Betragszeichen, da der Wirkungsquerschnitt definitionsgemäss nicht negativ werden kann. Die Gl. (4.3) können wir nach b auflösen und erhalten:

$$b = \frac{Z_1 Z_2 \in \mathbb{Z}}{2E} \frac{1}{\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$
 und mit Gl. (4.9) nach einigen Umformungen:  

$$\sigma(\vartheta) = \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 \in \mathbb{Z}}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\vartheta/2)}$$
(4.10)

Das ist die berühmte Rutherford'sche Streuformel.

Wenn das Streuzentrum nicht unendlich grosse Masse hat, gilt Gl. (4.10) in Schwerpunktkoordinaten. Die Energie und der Streuwinkel sind dann die Grössen im Schwerpunktsystem (Index c).

•  $E_{1c} = \frac{m_1}{2} v_{1c}^2 = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) \frac{1}{2} m_r v_r^2 = \frac{E_0}{(1 + K_1)^2}$  mit  $v_r$  der Relativgeschwindigkeit

zwischen beiden Teilchen, die in unserem Falle mit der Teilchengeschwindigkeit  $v_0$  im Laborsystem übereinstimmt, da der Goldkern vor dem Stoss ruht und

•  $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  der reduzierten Masse, •  $\tan \vartheta = \frac{\sin \vartheta_c}{K_1 + \cos \vartheta_c}$  die Beziehung zwischen den Streuwinkeln.

Die Transformation von (4.10) in das Laborsystem ergibt [3]:

$$\sigma(\vartheta) = \frac{\mathrm{d}\sigma(\vartheta)}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 \in \mathbb{Z}}{4\mathrm{E}}\right)^2 \frac{4}{\mathrm{sin}^4 \vartheta} \frac{\left(\cos\vartheta + \sqrt{1 - \left[\left(\mathrm{m_1/m_2}\right)\sin\vartheta\right]^2}\right)^2}{\sqrt{1 - \left[\left(\mathrm{m_1/m_2}\right)\sin\vartheta\right]^2}}$$
(4.11)

Für  $m_1 \ll m_2$  kann  $\sigma(\vartheta)$  in eine Potenzreihe entwickelt werden:

$$\sigma(\vartheta) = \left(\frac{Z_1 Z_2 \in \mathbb{Z}}{4E}\right)^2 \left[\sin^{-4}\frac{\vartheta}{2} - 2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 + \dots\right],$$
(4.12)

wobei der erste weggelassene Term von der Ordnung  $(m_1/m_2)^4$  ist. Setzen wir die Energie in MeV ein, so ergibt sich für  $\sigma(\vartheta)$  der folgende Ausdruck:

$$\sigma(\vartheta) = 1.296 \left(\frac{Z_1 Z_2}{E/MeV}\right)^2 \left[\sin^{-4}\frac{\vartheta}{2} - 2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 + \dots\right] \frac{mb}{sr}$$
(4.13)

Der totale Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung ergibt  $\infty$ , da wir eine unendliche Reichweite für die Coulombkraft angenommen haben.

#### 4.4 Bezug zu den Messgrössen

Aus Gl. (4.7) erhalten wir für die in d $\Omega$  emittierten Teilchen:

$$dN_{a} = \frac{N_{AK}t}{A} \frac{N_{e}}{t} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Da unser Detektor aber eine endliche Grösse besitzt, müssen wir noch über dessen Raumwinkel  $\Omega_D$  integrieren.

$$N_{a} = \frac{N_{AK}}{A} \frac{N_{e}}{t} t \int_{\Omega_{D}} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \approx n_{AK} dt \frac{N_{e}}{t} \Omega_{D} \frac{\overline{d\sigma}}{d\Omega} \approx n_{AK} dt I_{S} \frac{\Omega_{F}}{4\pi} \Omega_{D} \left(\frac{Z_{I} Z_{2} \in^{2}}{4E}\right)^{2} \frac{1}{\sin^{4}\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} Da$$

bei ist  $\Omega_F$  der Raumwinkel unter dem die Quelle die Streufolie sieht, (Glg. 9.7).

und damit: 
$$\frac{N_a}{\Omega_D t} = \frac{C}{\sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$
 (4.14)  
oder:  $\ln\left(\frac{N_a}{\Omega_D t}\right) = \ln C - 4\ln\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)$  (4.15)

Die Konstante C =  $n_{AK} d I_S \frac{\Omega_F}{4\pi} \left(\frac{Z_1 Z_2 \in {}^2}{4E}\right)^2$  können wir experimentell bestimmen.

 $I_S$  ist die Aktivität der Am-Quelle und  $n_{AK}$  die Volumendichte der Goldatome.

Wenn wir y =  $\ln\left(\frac{N_a}{\Omega_D t}\right)$  über x =  $\ln\left(\sin\frac{\vartheta}{2}\right)$  auftragen, müssten die Messpunkte auf

einer Geraden  $y = a^*x + b$  mit dem Anstieg a = -4 liegen. Das wäre die Bestätigung der Annahme, dass sich im Zentrum der Atome Atomkerne befinden, an denen die Streuung stattfindet.

Die Konstante C kann aus dem Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinate bestimmt werden. Aus dem Wert von C kann die Aktivität  $I_S$  der Americium-Quelle abgeschätzt werden, da die übrigen Grössen bekannt sind.

#### 5 Messapparatur

#### 5.1 Aufbau der Apparatur

Die verwendete Apparatur ist in der Abb. 3 schematisch dargestellt.

In einem evakuierbaren Glaszylinder (Streukammer) sind auf einer Achse angeordnet:  $\alpha$ -Quelle, ringförmige Streufolie und  $\alpha$ -Detektor. Die Kammer kann mit einer Membranpumpe auf einen Druck von ca. 5 mbar ausgepumpt werden, um unzulässige Energieverluste und Streuungen der  $\alpha$ -Teilchen an Gasmolekülen zu vermeiden. Quelle und Streufolie sind in einem festen Abstand  $\delta$  auf einer dreh- und verschiebbaren Metallstange angebracht. Durch geschickte Drehung kann die Quelle und/oder ein zentrales Loch in der Folienebene freigegeben werden. Dadurch ist es möglich, bei abgedeckter Quelle den Untergrund zu messen. Bei offener Quelle und geöffneten mittlerem Loch von etwa 1 mm Durchmesser (mit der gleichen Goldfolie wie die Streufolie überspannt) können  $\alpha$ -Teilchen direkt auf den Detektor geschossen werden. Für die Streumessungen kann das mittlere Loch geschlossen werden. Die Weiterverarbeitung der Detektorimpulse geschieht mit den elektronischen Komponenten ausserhalb der Streukammer.



Abb. 3 Streugeometrie ( $\delta$  = 73 mm, R<sub>1</sub> = 23 mm, R<sub>2</sub> = 27 mm, R<sub>A</sub> = 25 mm)

### 5.2 Angaben zu den Komponenten

#### 5.2.1 Quelle

Als  $\alpha$  - Quelle wird ein <sup>241</sup>Am-Präparat verwendet. Auf eine Metallfolie wurde eine dünne Schicht von Americium (vermischt mit Silber) aufgetragen, auf die dann etwa 3 um Gold aufgedampft wurden. Die Halbwertszeit von <sup>241</sup>Am beträgt 432 y und demzufolge besitzt die Quelle für uns eine konstante Aktivität Is. Beim Zerfall werden verschiedener Energie emittiert. die vorhandenen  $\alpha$ -Teilchen mit der Nachweiselektronik gezählt, energetisch aber nicht getrennt werden können. Die α-Teilchen aus der verwendeten Quelle zeigen, im Unterschied zu einer dünnen Quelle, wie sie z.B. in den Versuchen des VP zur Alphaabsorption verwendet werden (siehe Abb. 10), eine breite Energieverteilung, mit einer mittleren Energie von ca. 3.65 MeV und einer Halbwertsbreite von ca. 840 keV, siehe Abb. 4. Durch die reduzierte mittlere Energie erhöht sich die Zählrate bei den Streumessungen (Erklärung !). Die Quelle ist fest auf einer Metallplatte aufgebracht und kann somit in einen Raumwinkel von 4π emittieren. Der Durchmesser der Quelle beträgt etwa 10 mm, die Aktivität ist aber nicht gleichmässig über die aktive Fläche verteilt. Wir nehmen deshalb die Quelle als punktförmig an. Die Konsequenz für die Berechnung der Streuwinkel kann leicht abgeschätzt werden. Das verwendete radioaktive Material hat die unangenehme Eigenschaft, dass aus ihm durch Korrosion und Rückstosseffekte grössere Konglomerate in die Kammer gelangen können. Das kann zu einer Verseuchung der Streukammer führen und den Untergrund erhöhen. Es ist deshalb notwendig, dass der Deckel vor der Quelle nach den Messungen und während längerer Messpausen geschlossen wird.



Abb. 4 Energieverteilung der α-Teilchen der verwendeten <sup>241</sup>Am-Quelle. Mittlere Energie 3.65 MeV, Halbwertsbreite 840 keV

### 5.2.2 Streufolie

Im Experiment wird eine ringförmige Streufolie aus Gold verwendet. Die Ringgeometrie bietet den Vorteil, dass bei guter Definition des Streuwinkels eine verhältnismässig grosse wirksame Targetfläche am Streuexperiment beteiligt ist (relativ grosser Raumwinkel  $\Omega_F$ ). Die Verwendung von Gold als Streufolie ist vorteilhaft, da die Ausbeute N<sub>a</sub> an gestreuten Teilchen mit  $Z_2^2$  steigt. Die Goldfolie wurde durch Aufdampfen im Vakuum hergestellt. Aus der auf dem Glaszylinder am Versuchsplatz angegebenen Flächendicke  $\rho_F$  ergibt sich eine geometrische Dicke d =  $\rho_F/\rho$  von etwa 1 µm ( $\rho$  ist die Materialdichte). Beim Auspumpen oder Belüften der Streukammer ist deshalb grösste Vorsicht geboten.

### 5.2.3 Detektor

Zum Nachweis der  $\alpha$ -Teilchen wird ein Oberflächensperrschicht-Detektor verwendet. Er besteht aus einem Silizium-Einkristall (n-Typ), auf dessen Oberfläche eine dünne Goldschicht aufgedampft wurde.

Die wesentlichen Parameter können aus dem im Anhang (Kap. 9.8) angefügten Datenblatt entnommen werden. Der spezifische Widerstand des verwendeten Siliziums beträgt 4400  $\Omega$ cm. Bei der angelegten Vorspannung von ca. 12 V hat die empfindliche Schicht eine Dicke von etwa 120  $\mu$ m [4], was zum Abbremsen von  $\alpha$ -Teilchen mit einer Energie von mehr als 10 MeV ausreicht (siehe Abb. 6). Der Detektor wurde zusätzlich zu der vorhandenen Goldschicht von 40  $\mu$ g/cm<sup>2</sup> mit einer Goldschicht von etwa 200  $\mu$ g/cm<sup>2</sup> bedampft, um ihn lichtunempfindlich zu machen. Dadurch verlieren die  $\alpha$ -Teilchen, ähnlich wie in der Streufolie, je nach Streuwinkel mehr oder weniger Energie, was vor allem bei hoher Diskriminatoreinstellung zu Zählverlusten führen kann. Ausserdem wird die Energieauflösung des Detektors verschlechtert, so dass die einzelnen  $\alpha$ -Teilchen Gruppen nicht mehr getrennt werden können, was aber bei dem vorliegenden Versuch auch nicht erforderlich ist. Bei der Berechnung des x-Wertes ist zu beachten, dass die empfindliche Fläche des Detektors (A<sub>D</sub> = 50 mm<sup>2</sup>) 3 mm hinter der Vorderkante des Detektors zurücksitzt. Es müssen

also 3 mm zum gemessenen Abstand (Streufolie-Detektorvorderkante) hinzu addiert werden.



**Figure 2.3** Schematic diagram of the operation of a gold surface barrier nuclear particle detector. The upper portion of the figure shows a cutaway sketch of the silicon disc with gold film mounted in the detector housing. The lower portion shows an alpha particle,  $He^{++}$  ion, forming holes and electrons over its penetration path. The energy band diagram of a reverse biased detector (positive polarity on n-type silicon) shows the electrons and holes swept apart by the high electric field within the depletion region.

Abb. 5 Schemat. Darstellung eines Oberflächensperrschicht-Detektors (aus[3]).



Abb. 6 Energie-Reichweite Kurve für  $\alpha$ -Teilchen in Silizium [7]



Abb. 7 Blockschema der elektronischen Apparatur

Das Blockschema der elektronischen Apparatur ist in der obigen Abbildung (Abb. 7) dargestellt. Einige typische Impulsformen zeigt die darauffolgende Abbildung (Abb. 8). Die auf den Detektor D auftreffenden  $\alpha$ -Teilchen erzeugen einen Ladungsimpuls, dessen Amplitude Q<sub>I</sub> proportional zu der in der empfindlichen Schicht des Detektors deponierten Energie  $E_{\alpha}$  ist. Der Vorverstärker VV, der sehr nahe am Detektor ausserhalb der Kammer sitzt, erzeugt einen Spannungsimpuls, dessen Amplitude UI proportional zu  $Q_I$  und demzufolge zur Energie  $E_{\alpha}$  ist. Mit dem Wendelpotentiometer am Diskriminator können wir einen Pegel UD einstellen, der bewirkt, dass nur noch solche Impulse durchgelassen werden, deren Amplitude U<sub>I</sub> grösser ist als dieser Pegel. können alle Untergrundimpulse weggeschnitten werden. Damit Mit dem Impulsformer werden Rechteckimpulse konstanter Amplitude Uz für den Zähler geformt, deren Breite T<sub>Z</sub> der Impulsbreite am Diskriminatorpegel entspricht. Auch ein zu niedriger Diskriminatorpegel kann deshalb bewirken, dass keine Impulse mehr gezählt werden. Das ist dann in der Diskriminatorkurve zu erkennen.



Abb. 8 Einige typische Impulsformen an den Positionen 1, 2 und 3/4.

### 6 Versuchsdurchführung

### 6.1 Evakuieren der Streukammer

Evakuieren Sie die Streukammer und beachten Sie dabei, dass die Streufolie sehr dünn (µm-Bereich) und demzufolge sehr empfindlich gegenüber starken Gasströmungen ist. Kontrollieren Sie auch während des Versuches den Druck in der Streukammer und pumpen Sie, wenn erforderlich, die Kammer nochmals ab. Schalten Sie die Pumpe ab, wenn Sie diese nicht mehr benötigen.

### Beachten Sie unbedingt die Hinweise am Versuchsplatz!

### 6.2 Aufnahme der Diskriminatorkurve

Aufnahme des integralen Impulshöhenspektrums (Diskriminatorkurve) mit Hilfe des direkten Alpha-Strahles.

- Schauen Sie sich mit dem Oszillographen die Signalform nach dem Vorverstärker an und stellen Sie am Zählgerät die richtige Polarität ein.
- Messen Sie die Z\u00e4hlrate z = N/t (N: Impulszahl, t: Messzeit) in Abh\u00e4ngigkeit von der Diskriminatoreinstellung U<sub>D</sub> (1 Umdrehung des Potentiometers entspricht 100 Skalenteilen).
- Tragen Sie z als Funktion von  $U_D$  auf (Diskriminatorkurve) und bestimmen Sie daraus das Impulshöhenspektrum (dz/dU<sub>D</sub> als Funktion von U<sub>D</sub>) und die Energieverteilung der  $\alpha$ -Teilchen (Anzahl über die Energie). Vergleichen Sie dieses mit dem Spektrum, das Sie sich am Vielkanal-Analysator (PHA) anschauen können. Wählen Sie den Arbeitspunkt (Diskriminatoreinstellung U<sub>DA</sub>) für die nachfolgenden Streumessungen so, dass nur die "richtigen"  $\alpha$ -Teilchen gezählt werden. Beachten Sie dabei, dass sich die Peaklage noch mit dem Streuwinkel ändern kann.

### 6.3 Aufnahme der Winkelverteilung

- Messen Sie für einen vom Assistenten angegebenen Winkelbereich die Streurate z und, sofern erforderlich, den Untergrund  $z_U$ .
- Die gemessene Winkelverteilung ist mit Hilfe von Gl. (4.14) auf gleiche Raumwinkel zu normieren, nachdem der Untergrund subtrahiert wurde.
- Stellen Sie die experimentell ermittelte Winkelverteilung  $d\sigma/d\Omega = f(\vartheta)$  grafisch dar. Diskussion der Darstellung.
- Tragen Sie die Messwerte mit den entsprechenden Messfehlern in einer doppeltlogarithmischen Darstellung auf. Bestimmen Sie daraus a, b,  $\sigma_a$  und  $\sigma_b$  durch Berechnung der Regressionsgeraden  $y = a^*x + b$ . Berücksichtigen Sie, dass in unserem Falle sowohl x als auch y fehlerbehaftet sind.
- Überprüfen Sie mit dem  $\chi^2$  Test die Qualität der linearen Näherung.

### 7 Abweichungen von der Rutherford-Streuformel

Abweichungen von der Streuformel können bei tiefen und bei hohen  $\alpha$  - Energien auftreten. Die Ableitung der Rutherford'schen Streuformel basiert auf der Annahme der Coulomb-Wechselwirkung von zwei unabgeschirmten Punktladungen Z<sub>1</sub>e und

 $Z_2$ e. Es wird also vorausgesetzt, dass die Teilchengeschwindigkeit genügend gross ist, damit das Teilchen tief in die Elektronenhülle der Atome eintauchen kann und damit die Abschirmung der Kernladung durch die Elektronenhülle keine Rolle spielt. Die totale Energie der Relativbewegung beträgt  $E_r = E_0 / (1+K_1)$ .

Bei hohen Energien können sehr kleine Stossparameter erreicht werden. Abweichungen von der Streuformel treten dann auf, wenn die minimal mögliche Annäherung D, die beim zentralen Stoss ( $\vartheta$ =180°) erreicht wird, in die Reichweite der Kernkräfte kommt. Im Umkehrpunkt sind potentielle Energie und kinetische Energie gleich, also:

$$\frac{Z_1 Z_2 \in^2}{D} = E_r = \frac{E_0}{1 + K_1} \qquad \text{und damit:} \qquad D = \frac{Z_1 Z_2 \in^2 (1 + K_1)}{E_0}$$
(7.1)

Da die Kernkräfte eine extrem kurze Reichweite besitzen, treten Abweichungen von der Rutherford'schen Streuformel dann auf, wenn D in die Grössenordnung der Kernradien kommt. Der Kernradius  $R_K$  ist direkt proportional zur Nukleonenzahl A=N+Z im Kern, mit Z=Protonenzahl und N=Neutronenzahl. Unter der Annahme eines kugelförmigen Kerns ergibt sich damit [5]

$$R_{\rm K} = r_0 \, {\rm A}^{1/3} \tag{7.2}$$

Die Rutherford-Streuexperimente lieferten bereits 1935 [5] für r<sub>0</sub> den Wert von :

$$r_0 = (1.3 \pm 0.1) 10^{-13} \text{ cm} = (1.3 \pm 0.1) \text{ fm.}$$
 (7.3)

Wir erwarten also Abweichungen ab Teilchenenergien, für die  $D=R_{K1}+R_{K2}$  wird, also:

$$E_{r} = \frac{Z_{1}Z_{2} \in^{2}}{r_{0} \left(A_{1}^{1/3} + A_{2}^{1/3}\right)}$$
(7.4)

Bei tiefen Energien können die Teilchen nicht genügend nahe an den Kern gelangen, seine Ladung wird teilweise durch Elektronen abgeschirmt. Die Energien, bei denen solche Abschirmungseffekte auftreten, lassen sich einfach abschätzen.

Wir fordern, dass die minimal erreichbare Annäherung D kleiner sein muss als der Bahnradius  $a_1 = a_0/Z_2$  der Elektronen der K-Schale.

Dabei ist  $a_0 = 52.9$  pm der Bohr'sche Radius.

Damit erhalten wir die Bedingung: 
$$E_r > \frac{Z_1 Z_2^2 \in^2}{a_0}$$
 (7.5)

Es zeigt sich jedoch, dass bereits bei grösseren Energien, als sie mit der Gl. (7.5) abgeschätzt werden, Abweichungen vom Rutherford-Querschnitt auftreten, da immer ein Teil der Teilchenbahnen in einem Gebiet verläuft, in dem die Kernladung durch die Elektronen abgeschirmt wird. Die Gl. (7.5) kann aber als grobe Abschätzung dienen.

### 8 Literatur

- [1] Geiger, H. and Marsden, E., Phil. Mag. 25(1913) 606.
- [2] Rutherford, E., Phil. Mag. 21(1911)669.
- [3] Feldman, L.C. and Mayer, J.W., Fundamentals of surface and thin film analysis, New York, North Holland 1986.
- [4] Leo, W.R., Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Second Revised Revision, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1994.

- [5] Mayer-Kuckuk, T., Kernphysik, Teubner Studienbücher : Physik, Stuttgart 1992.
- [6] Nuclear Data Sheets 74(1995)505.
- [7] Ziegler, J.F., Biersack, J.P. and Littmark, U., The Stopping and Range of Ions in Solids, Pergamon Press, New York 1985.
- [8] Bevington, P.R. and Robinson, D.K., Data reduction and error analysis for the physical sciences, WCB/McGraw-Hill, Boston 1992.

### 9 Anhang

### 9.1 Energiebilanz des α-Zerfalls

Als Quelle für die  $\alpha$ -Teilchen wird im Versuch eine Schicht von <sup>241</sup>Am (Americium) verwendet. <sup>241</sup>Am ist instabil gegenüber  $\alpha$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von 432 y.

$$^{241}\text{Am} \Rightarrow ^{237}\text{Np}^* + \alpha \tag{9.1}$$

Der Restkern ist <sup>237</sup>Np (Neptunium), der seinerseits in einem angeregten Zustand mit diskreter Anregungsenergie  $E_A$  zurückbleiben kann. Diese wird meist in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben. Die kinetische Energie T der emittierten Teilchen lässt sich unter Berücksichtigung von Energie- und Impulserhaltung berechnen. Wir nehmen zunächst eine unendlich dünne Quelle an.

#### - Energiebilanz:

Das Diagramm zur Energiebilanz des  $\alpha$ -Zerfalls ist in der folgenden Abb. 9 dargestellt.



Abb. 9. Energiebilanz des  $\alpha$ -Zerfalls von <sup>241</sup>Am

Beim radioaktiven Zerfall bleibt die Gesamtenergie erhalten. Wir können deshalb die folgende Bilanzgleichung aufstellen:

$$m(^{241}Am)c^{2} = [m^{*}(^{237}Np) + m(^{4}He)]c^{2} + T = [m(^{237}Np) + m(^{4}He)]c^{2} + E_{A} + T$$
(9.2)

$$Q_0 = [m(^{241}Am) - m(^{237}Np) - m(^{4}He)]c^2.$$
(9.3)

Dabei ist  $m^*(X)c^2 = m(X)c^2 + E_A$  die Ruheenergie des angeregten Kernes X. Q<sub>0</sub> wird Zerfallsenergie genannt. Es ist der maximale Wert an kinetischer Energie T, der zur Verfügung steht. Es sind dabei die Massen der neutralen Atome einzusetzen. Zur Vereinfachung wird geschrieben:  $m(^{241}Am) = m_{Am}$ , usw.

$$T = Q_0 - E_A = T_{\alpha} + T_{Np}$$
(9.4)

Aufgrund der diskreten Werte  $E_{Ai}$  der Anregungsenergie des Restkernes werden auch verschiedene Gruppen von  $\alpha$ -Teilchen mit diskreten Energien  $T_{\alpha i}$  emittiert.

$$T_i = Q_i = Q_0 - E_{Ai} = T_{\alpha i} + T_{Npi}$$
 (9.5)

Die kinetische Energie  $T_i$  verteilt sich auf das  $\alpha$ -Teilchen und den Restkern.

#### - Impulsbilanz

Da der Zerfall aus einem ruhenden <sup>241</sup>Am-Kern erfolgt, erhalten wir:

 $0 = \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{Np}$ , d.h.:  $p_{\alpha}^{2} = p_{Np}^{2}$ ,  $T_{Np} = m_{\alpha} T_{\alpha} / m_{Np}$  und damit:

$$T_{\alpha i} = \frac{Q_i}{1 + m_{\alpha} / m_{Np}} = \frac{Q_0 - E_{Ai}}{1 + m_{\alpha} / m_{Np}}$$
(9.6)

Die Intensitäten  $I_{\alpha i}$  der intensivsten  $\alpha$ -Gruppen sind in der Tabelle I angegeben.

i	0	1	2	3	4
E <sub>Ai</sub> /keV	0	33.20	59.54	102.96	158.51
$I_{\alpha i}$ / %	0.34	0.22	84.5	13.0	1.6
$T_{\alpha i}/MeV$					

Tab. I: Anregungsenergien und Übergangswahrscheinlichkeiten für den  $\alpha$ -Zerfall von <sup>241</sup>Am in <sup>237</sup>Np

Berechnen Sie die Energie  $T_{\alpha i}$  der  $\alpha$ -Teilchen an Hand der angegebenen Werte für die Anregungsenergien  $E_{Ai}$ .

Die erforderlichen Werte für die Massen sind in der Tabelle II in atomaren Masseneinheiten u angegeben  $(1uc^2 = 931.49432 \text{ MeV})$ .

Atom bzw. Teilchen	Masse in u
α	4.001487900
<sup>4</sup> He	4.002603250
<sup>237</sup> Np	237.048167253
<sup>241</sup> Am	241.056822944

Tab. II: Massen der beteiligten Partner beim  $\alpha$ -Zerfall





Obere Abbildung: Ordinate linear; Untere Abbildung: Ordinate logarithmisch.

In der Abb. 10 ist die Energieverteilung der  $\alpha$ -Teilchen dargestellt, wie sie am Versuch Alpha I des VP gemessen wurde. Hier wird eine "dünne"  $\alpha$ -Quelle verwendet (spezielle Angaben liegen nicht vor). Die Peaks haben eine Breite von etwa 20 keV, die vor allem durch den Detektor und die Elektronik zustande kommt. Die Verteilung zeigt die Hauptgruppe mit einem Anteil von etwa 85 Prozent und die drei weiteren Gruppen, die vor allem in der logarithmischen Darstellung deutlich zu erkennen sind.

### 9.2 Raumwinkel

Der Raumwinkel d $\Omega$ , unter dem ein Flächenelement dA von einem Aufpunkt 0 aus im Abstand r gesehen wird berechnet sich zu (siehe Abb. 11):



Abb. 11 Definition des Raumwinkels

Der gesamte Raumwinkel  $\Omega$  ergibt sich durch Integration über die gesamte Fläche A.

$$\Omega = \int_{A} \Omega \operatorname{mit} \left[ \Omega \right] = \operatorname{sr}$$

Zur Berechnung der Anzahl der auf den Detektor auftreffenden  $\alpha$ -Teilchen benötigen wir noch die Raumwinkel  $\Omega_F$  und  $\Omega_D$  (siehe Abb. 3).

#### • Berechnung von $\Omega_F$

Der Raumwinkel, unter dem die Quelle die Streufolie sieht, lässt sich aufgrund der vorliegenden Zylindersymmetrie einfach berechnen. Mit  $dA = 2\pi r dr$  ergibt sich:

$$\Omega_{\rm F} = 2\pi [(1 + (R_2/\delta)^2)^{-1/2} - (1 + (R_1/\delta)^2)^{-1/2}] = 0.1115 \text{ sr (genauer: } 0.0998 \text{ sr})$$
(9.7)

• Berechnung von  $\Omega_D$ 

Die Berechnung von  $\Omega_D$ , d.h. des Raumwinkels, unter dem der Detektor mit der Fläche  $A_D = \pi R_D^2$  von der Streufolie aus gesehen wird, gestaltet sich dagegen etwas schwieriger. Die exakte Rechnung  $\Omega_{D2}$  (siehe Abb.12) liefert elliptische Integrale, die sich nur numerisch lösen lassen. Unter der Annahme von  $A_D << R^2 = R_A^2 + x^2$  ergibt sich die folgende Näherungsformel:

$$\Omega_{\rm D1} = \pi^* R_{\rm D}^{2*} x / (x^2 + R_{\rm A}^{2})^{3/2}$$
(9.8)

Die Ergebnisse sind in der Abb. 12 dargestellt. Für  $x \ge 17$  mm ist der relative Fehler kleiner als 1 %.



### Abb. 12 Detektorraumwinkel

### 9.3 Spezifischer Energieverlust, Bremsvermögen

### 9.3.1 Theorie

Beim Durchgang von geladenen Teilchen durch Materie erleiden diese einen Energieverlust und eine Richtungsänderung. Das wird durch folgende Wechselwirkungsprozesse mit den Targetatomen verursacht:

- (1) unelastische Stösse mit den Elektronen
- (2) elastische Stösse mit den Atomkernen (Rutherford-Streuung).

Der Prozess (1) führt zur Anregung oder Ionisation der Targetatome (elektronischer Energieverlust), während der Prozess (2) (nuklearer Energieverlust) vor allem zu einer Verlagerung der Tagetatome (Strahlenschäden) und zur Richtungsänderung der Inzidenzteilchen führt. Der Energieverlust pro Weglänge (spezifischer Energieverlust) nimmt mit abnehmender Energie zu, erreicht ein Maximum und fällt dann am Ende der Reichweite der Teilchen steil ab (siehe Abb. 14).

Durch den statistischen Charakter der Prozesse erleidet der einfallende Teilchenstrahl eine Energie- und Winkelauffächerung (energy straggling, angular straggling). Für schwere geladene Teilchen ( $m_T >> m_e$ ) ist der nukleare Energieverlust oberhalb von etwa 1 MeV/Nukleon vernachlässigbar.



Abb. 13 Anteil des nuklearen Bremsvermögens  $\varepsilon_n$  am totalen Bremsvermögen  $\varepsilon_t$  für  $\alpha$ -Teilchen in Luft und Gold [7]

Für den Beschuss von Luft und Gold mit  $\alpha$ -Teilchen ist in der Abb. 13 der Anteil vom nuklearen Energieverlust am totalen Energieverlust in % dargestellt. Der nukleare Anteil ist für Teilchenenergien E<sub>T</sub> grösser als 200 keV kleiner als 1 %. Für unser Experiment ist also der elektronische Energieverlust der wesentliche Prozess.

Bethe und Bloch haben für den elektronischen Energieverlust dE pro Weglängeneinheit dx in einer korrekten quantenmechanischen Rechnung eine Formel abgeleitet (Bethe-Bloch Formel), die in nichtrelativistischer Näherung in folgender Form geschrieben werden kann:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2}{E_T} \frac{m_T}{m_e} n_e \ln\left[\frac{4E_T}{\langle E_B \rangle m_T / m_e} - K\right]$$
(9.9)

oder:

$$-\frac{1}{N}\frac{dE}{dx} = \varepsilon = \frac{2\pi z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2}{E_{\tau}} \frac{m_{\tau}}{m_e} Z \ln\left[\frac{4E_{\tau}}{\langle E_B \rangle m_{\tau} / m_e} - K\right]$$
(9.10)

Die Grössen -dE/dx oder -dE/(Ndx) oder  $-dE/(\rho dx)$  werden als Bremsvermögen (stopping power) für die entsprechende Teilchen-Target Kombination bezeichnet. Je nach Definition ergeben sich verschiedene Einheiten. Dabei bedeuten:

Symbol	Grösse	Wert	Einheit
е	Elementarladung	-1.602E-19	As
m <sub>e</sub> c <sup>2</sup>	Elektronenruheenergie	0.511	MeV
N <sub>A</sub>	Avogadrokonstante	6.022E+23	1 / mol
ε	Dielektrizitätskonstante	8.85E-12	As / Vm

<b>Symbol</b> $\in^2 = e^2/4\pi\epsilon_0$	Grösse	<b>Wert</b> 1.44	Einheit eV nm
u	atomare Masseneinheit	931.494	$MeV / c^2$
Z	Ordnungszahl der Geschossteilchen		
m <sub>T</sub>	Masse der Geschossteilchen		
Ε <sub>T</sub>	Energie des Geschossteilchens		
Z	Ordnungszahl der Targetatome		
<e<sub>B&gt;</e<sub>	mittleres Ionisationspotential		
n <sub>e</sub> =N*Z	Elektronendichte des Targets		
<b>Ν=</b> ρ N <sub>A</sub> / M	Anzahldichte der Targetatome	Gold: 5.91E+22	cm <sup>-3</sup>
ρ	Volumendichte des Targets		
М	molare Masse der Targetatome		
К	Korrekturkonstante		

Für  $\alpha$ -Teilchen ergibt sich damit:

$$-\frac{1}{N}\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\alpha} = \varepsilon = \frac{3.80}{E_{\alpha}/MeV}Z\ln\left[\frac{548.58(E_{\alpha}/MeV)}{\langle E_{B} \rangle/eV} - K\right]\frac{eV}{10^{15}Atome\ cm^{-2}} \quad (9.11)$$

Das mittlere Ionisationspotential  $\langle E_B \rangle$  und die Korrekturkonstante K werden aus Experimenten bestimmt.

Material	$\langle E_B \rangle / eV$	K
Gold	1059.81	-1.037
Luft	94.22	0.710

Tab. III Die Konstanten  $\langle E_B \rangle$  und K in der Bethe-Bloch Formel für die Abbremsung von  $\alpha$ -Teilchen in Gold und Luft , bestimmt durch die Anpassung an Trim-Rechnungen [7].

Wenn kein experimentelles Material zugänglich ist, kann  $\langle E_B \rangle$  nach folgender Näherungsformel berechnet werden [4]:

$$\langle E_{B} \rangle / Z = (12 + 7 / Z) eV$$
 für Z < 13  
 $\langle E_{B} \rangle / Z = (9.76 + 58.8 Z^{-1.19}) eV$  für Z ≥ 13
  
(9.12)

Die Bethe-Bloch Formel berücksichtigt nur den elektronischen Energieverlust. Da mit kleiner werdender Energie der nukleare Energieverlust zunimmt, ergeben sich in diesem Bereich erhebliche Abweichungen. In der Abb. 14. ist das Bremsvermögen von Gold für  $\alpha$  - Teilchen dargestellt. Für  $\alpha$  - Energien grösser als 1.3 MeV sind die Abweichungen kleiner als 1 %.



Abb. 14 Bremsvermögen von  $\alpha$ -Teilchen in Gold. Für  $E_{\alpha} > 1.3$  MeV ist der Fehler der Bethe-Bloch Formel kleiner als 1 %.

#### 9.3.2 Energieverlust in der Streufolie und im Detektor-Eintrittsfenster



Abb. 15 Streugeometrie

Die  $\alpha$ -Teilchen treffen mit der mittleren Energie  $E_0$  auf die Streufolie auf. In der Streufolie (Dicke d) werden sie vor dem Stoss abgebremst (Energieverlust  $\Delta E_{in}$ ), verlieren weiterhin Energie bei der elastischen Streuung ( $\Delta E_S = (1-K_2)(E_0-\Delta E_{in})$  und dann nochmals beim Austreten aus der Folie (Energieverlust  $\Delta E_{aus}$ ). Weiterhin findet im Eintrittsfenster des Detektors (Dicke d<sub>F</sub>) ein Energieverlust  $\Delta E_D$  statt. Insgesamt ergibt sich insgesamt ein Energieverlust von:  $\Delta E_{ges} = \Delta E_{in} + \Delta E_S + \Delta E_{aus} + \Delta E_D$  Wir nehmen an,

- dass der Streuprozess der α-Teilchen im Mittel in der Folienmitte stattfindet und
- dass der Energieverlust klein ist, so dass wir  $\Delta E \approx (-dE/dx)^*x$  setzen können, wenn x der zurückgelegte Weg in dem jeweiligen Folienbereich ist.

Damit haben wir die Möglichkeit, die Energie  $E_I = E_0 - \Delta E_{ges}$  zu berechnen, mit der die  $\alpha$ -Teilchen in den empfindlichen Bereich des Detektors eintreten und abschätzen, inwieweit der differentielle Wirkungsquerschnitt zu korrigieren ist.

### 9.4 Statistische Analyse der Messwerte

Die statistische Analyse von Messwerten ist umfassend in der Literatur beschrieben. Als schnellen Überblick empfehlen wir die Literaturstellen [4] und [8]. Wir nehmen an, dass wir an n Punkten,  $x_i$ , Messungen einer Grösse y gemacht haben und dafür die Grössen  $y_i$  mit einem Fehler von  $\sigma_i$  (i = 1, 2, ..., n) erhalten haben.

Wir suchen nun den funktionalen Zusammenhang zwischen der Grösse x und y. Dazu versuchen wir in unsere Messwerte eine Funktion  $f(x;a_1, a_2,...,a_m)$  mit den unbekannten Parametern  $a_j$  zu legen, die den Verlauf der Messpunkte bestmöglichst wiedergibt. Die Anzahl der Messpunkte muss natürlich grösser sein als die Anzahl der Parameter. Die Parameter  $a_j$  können mit der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden. Diese Methode sagt aus, dass die Parameter  $a_j$  dann optimal ausgewählt sind, wenn sich für die folgende Summe S ein Minimum ergibt:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left[ \frac{y_i - f(x_j; a_j)}{\sigma_i} \right]^2$$
(9.13)

Wir sehen, dass S gerade die Summe der quadratischen Abweichungen der mit den Quadraten der entsprechenden Fehlern  $\sigma_i$  gewichteten Datenpunkten  $y_i$  von der theoretischen Kurve  $f(x_i)$  darstellt. Normalerweise wird angenommen, dass die unabhängigen Variablen  $x_i$  fehlerfrei sind, bzw., dass die Fehler in x gegenüber den Fehlern in y vernachlässigt werden können. Die Grössen  $\sigma_i$  sind dann die Fehler von  $y_i$ . In den Fällen, wo beide Fehler vergleichbar sind, führt die Vernachlässigung der Fehler von x zu inkorrekten Parametern  $a_j$  und einer Unterbestimmung ihrer Fehler. Bei vergleichbaren Fehlern in x und y müssen die Grössen  $\sigma_i$  ersetzt werden durch [4]:

$$\sigma_i^2 \rightarrow \sigma_y^2 + \left(\frac{df}{dx}\right)^2 \sigma_x^2$$
 (9.14)

wobei  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  die Fehler von x und y sind.

Zur Bestimmung der Konstanten  $a_j$  muss das Gleichungssystem  $\frac{\partial S}{\partial a_j} = 0$  gelöst

werden.

In unserem Fall wollen wir durch unsere Messwerte eine Gerade legen, d.h.:

$$y = f(x) = a^*x + b$$
 (9.15)

Dabei ist die Zielgrösse Y in jedem Falle eine Zufallsgrösse, während die Einflussgrösse X eine Zufallsgrösse sein kann, aber nicht sein muss. Letzteres bedeutet, dass für einen festen Wert X die Grösse Y verschiedene (zufallsverteilte)

Werte annehmen kann. Dabei sind  $x_i$  die vorgegebenen Werte der Grösse X und  $y_i$  die Messwerte der Grösse Y an der Stelle  $x_i$ .

Die Parameter a und b, und deren Fehler  $\sigma_a$  und  $\sigma_b$ , ergeben sich aus den folgenden Gleichungen [4]:

$$a = \frac{\text{EB} - \text{CA}}{\Delta} , \ b = \frac{\text{DC} - \text{EA}}{\Delta} , \ \sigma_a^2 = \frac{\text{B}}{\Delta} , \ \sigma_b^2 = \frac{\text{D}}{\Delta} ,$$
(9.16)

mit :

A = 
$$\sum \frac{x_i}{\sigma_i^2}$$
, B =  $\sum \frac{1}{\sigma_i^2}$ , C =  $\sum \frac{y_i}{\sigma_i^2}$ , D =  $\sum \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}$ , E =  $\sum \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}$  (9.17)

und : 
$$\Delta = DB - A^2.$$
(9.18)

Aus den Gln. (9.16) bis (9.18) ist zu erkennen, dass die Berechnung der Mittelwerte, Varianzen usw. mit Gewichten w<sub>i</sub> erfolgt, die folgende Gestalt haben:

$$w_{i} = \frac{\frac{1}{\sigma_{i}^{2}}}{\sum \frac{1}{\sigma_{i}^{2}}}.$$
(9.19)

Der Nenner dient dabei zur Normierung. In dem Falle, dass alle  $\sigma_i$  gleich sind, müssen sich die gleichen Ausdrücke wie für die Fälle ohne Normierung ergeben. Als Beispiel berechnen wir den gewichteten Mittelwert der Grösse X:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{x}_{i}}{\sigma_{i}^{2}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_{i}^{2}}} = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}}, \text{ für } \sigma_{i} = \sigma \implies \quad \bar{\mathbf{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{x}_{i}}{\sigma^{2}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma^{2}}} = \frac{\frac{1}{\sigma^{2}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_{i}}{n \frac{1}{\sigma^{2}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_{i}.$$

Wir müssen nun noch untersuchen, ob unsere Daten tatsächlich mit der Funktion f(x)(in unserem Fall eine Gerade) angenähert werden können und wie gut diese Näherung ist. Diese Frage kann nur im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung beantwortet werden. Der entsprechende Test wird als  $\chi^2$ -Test bzw.  $\chi^2$ -Anpassungstest bezeichnet. In der Literatur (siehe z.B. [4] oder [8]) wird gezeigt, dass unter der Voraussetzung, dass die Werte y<sub>i</sub> normalverteilt sind mit dem Mittelwert  $f(x_i;a_j)$  und der Variance  $\sigma_i^2$ , die in der Gleichung (9.13) definierte Grösse S der  $\chi^2$ -Verteilungsfunktion entspricht. In unserem Fall sind diese Voraussetzungen erfüllt.

Da die Grössen  $y_i$  Zufallsgrössen sind, ist  $\chi^2$  auch eine Zufallsgrösse. Es kann gezeigt werden, dass  $\chi^2$  die folgende Wahrscheinlichkeitsdichte besitzt:

$$P_{\chi}(z) = \frac{(z/2)^{(v/2)-1} \exp(-z/2)}{2\Gamma(v/2)} \text{ für } z > 0 \text{ und } P_{\chi}(z) = 0 \text{ für } z \le 0.$$
(9.20)

Dabei ist  $\Gamma(\nu/2)$  die Gammafunktion. Die ganze Zahl  $\nu = n - m$  ist die Anzahl der Freiheitsgrade und ist der einzige Parameter der Verteilung. Die Grösse n ist die Anzahl unserer Messpunkte und m ist die Anzahl der Parameter (Einschränkungen), die bereits aus den Messwerten bestimmt wurden. Zum Beispiel ist m=2, wenn wir die beiden Parameter für die Geradengleichung bestimmt haben. In der Abb. 16 ist die Funktion  $P_{\chi}(z)$  als Funktion von  $z=\chi^2$  für verschiedene Werte von v dargestellt. Der Mittelwert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  von  $P_{\chi}(z)$  ergibt sich zu  $\mu = \nu$  und  $\sigma^2 = 2 \nu$ .



Abb. 16 Die  $\chi^2$  -Verteilung (P<sub> $\chi$ </sub> (z) als Funktion von z =  $\chi^2$ ) für verschiedene Werte der Anzahl der Freiheitsgrade v (aus [4]).

Ein erster und schneller Test für die Qualität unserer linearen Näherung ist die Berechnung der Grösse S selbst nach Gleichung (9.13). Wenn jeder  $y_i$ -Wert gerade um  $\sigma_i$  von der Ausgleichsgeraden entfernt ist, müsste die Summe etwa n ergeben, genauer v.

Das heisst für eine gute Anpassung sollte das experimentell bestimmte reduzierte  $\chi^2$ 

$$\chi_r^2 = \frac{\chi^2}{v} = \frac{S}{v}$$
(9.21)

etwa den Wert 1 besitzen. Grosse Werte von S deuten darauf hin, dass entweder die  $y_i$ -Werte zu sehr streuen oder die Fehler als zu klein eingeschätzt wurden. Ein zu kleiner Wert von S bedeutet hingegen, dass entweder die Fehler  $\sigma_i$  überschätzt wurden oder aber die  $y_i$ -Werte nicht genügend streuen, z.B. also absichtlich verändert wurden, um gute Resultate zu erzielen oder dass die Nachweiselektronik defekt ist. Da die  $y_i$ -Werte einer Normalverteilung gehorchen, sollte etwa 1/3 der Messwerte ( $y_i \pm \sigma_i$ ) ausserhalb der Ausgleichsgeraden liegen !

Eine genauere Analyse unserer Messung und der Anpassung der Messwerte erfordert jedoch statistische Überlegungen. Wir gehen ähnlich vor wie bei der Fehlerfunktion  $\Phi(z)$ , die eine Normalverteilung (Gaussverteilung) als Wahrscheinlichkeitsdichte besitzt.

Ausgangspunkt ist die Fragestellung (Hypothese H<sub>0</sub>), ob eine im Experiment ermittelte (empirische) Verteilung nur zufällig von einer theoretischen Verteilung unter Vorgabe einer bestimmten Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  abweicht. Als Testgrösse verwenden wir  $\chi^2$ , welches die Abweichung zwischen empirischer und theoretischer Verteilung zum Ausdruck bringt und fragen nach der Wahrscheinlichkeit,  $\chi^2$  in bestimmten Grenzen zu finden. Wir wollen das allgemeine

Vorgehen an einem Beispiel erläutern. Das Ergebnis unserer Streumessung ist in der Abb. 17 dargestellt.



Abb. 17 Streumessung mit n =12 Messpunkten und der Ausgleichsgeraden y = ax +b, mit a = -3.98,  $\sigma_a = 0.14$ , b = -0.12,  $\sigma_b = 0.03$ , v=12-2=10, S=7.15, S/v=0.715.

Wir geben nun z.B. eine Irrtumswahrscheinlichkeit von  $\alpha = 0.05$  (5 %) vor. An Hand unserer Messung (Stichprobe) versuchen wir nun ein Intervall J anzugeben, welches  $\chi^2$  mit einer möglichst grossen Wahrscheinlichkeit überdeckt. Bezeichnet man diese Wahrscheinlichkeit (Konfidenzniveau) mit q = 1 -  $\alpha$  und die Grenzen des Intervalls J mit G<sub>u</sub> und G<sub>o</sub>, d.h., gilt J = (G<sub>u</sub>, G<sub>o</sub>) mit G<sub>u</sub> < G<sub>o</sub>, so bedeutet diese Forderung

$$P(\chi^2 \ge G_u) = \int_{G_u}^{\infty} P_{\chi}(z) dz = 1 - \frac{\alpha}{2}$$
(9.22)

und

$$P(\chi^2 \ge G_o) = \int_{G_o}^{\infty} P_{\chi}(z) dz = \frac{\alpha}{2}$$
(9.23)

Beide Forderungen zusammengefasst ergeben:

$$P(G_{u} < \chi^{2} < G_{o}) = \int_{G_{u}}^{G_{o}} P_{\chi}(z) dz = q = 1 - \alpha$$
(9.24)

Die Abb. 18 veranschaulicht diese Beziehung für die  $\chi^2$  -Verteilung mit  $\nu = 6$ Freiheitsgraden. Die Grenzen  $G_u$  und  $G_o$  ergeben sich, indem man in der grafischen Darstellung für die (unsymmetrische) Dichte  $P_{\chi}(z)$  der  $\chi^2$ -Verteilung auf beiden Seiten unter der Kurve jeweils den Flächenanteil  $\alpha$  / 2 abschneidet. Damit erhalten wir für die Konfidenzgrenzen:

$$G_u = \chi^2_{v;1-\frac{\alpha}{2}} \text{ und } G_o = \chi^2_{v;\frac{\alpha}{2}}.$$

Die Werte  $\chi^2_{\nu;q}$ können der Tabelle der  $\chi^2$ -Verteilung entnommen werden. Die Gleichung (9.24) kann folgendermassen interpretiert werden: Von 100 berechneten Konfidenzintervallen, die aus Stichproben derselben Grundgesamtheit mit dem Parameter S =  $\chi^2$  stammen, überdecken im Mittel (1- $\alpha$ )\*100= q\*100 den wahren Parameter  $\chi^2$ . Nur im Mittel 100\* $\alpha$  aller Stichproben liefern Grenzen, die  $\chi^2$ nicht enthalten.

Für unser Beispiel in Abb. 17 (v = 10 und  $\alpha = 0.05$ ) entnehmen wir der Tabelle A1 durch lineare Interpolation die Werte von  $G_u/\nu = \chi_r^2 = \chi_{\nu; 1-\alpha/2}^2 / \nu = 0.32$  und  $G_o/\nu = \chi_r^2 = \chi_{\nu; \alpha/2}^2 / \nu = 2.07$ . Als experimentellen Wert haben wir S /  $\nu = 0.715$  erhalten. Dieser Wert liegt innerhalb der vorgegeben Grenzen, also können wir unsere Hypothese H<sub>0</sub> annehmen, dass unsere Messpunkte durch die berechnete Ausgleichsgerade angenähert werden können.



Abb. 18 Konfidenzgrenzen für  $\chi^2$  mit der Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ 

Im Allgemeinen wird angenommen, dass für Werte von P zwischen 0.1 und 0.9 die Anpassung akzeptiert werden kann, währenddessen für P < 0.02 und P > 0.98 die Ergebnisse sehr fraglich sind und überprüft werden müssen.

## 9.5 Tabelle A1: $\chi$ 2-Verteilung [8] für 0.99 $\geq \alpha \geq 0.50$ .

Werte von  $\chi_r^2 = \chi_{\nu;q}^2 / \nu$ , die der Wahrscheinlichkeit  $P(\chi^2 > \chi_{\nu;q}^2) = \alpha$  entsprechen, dass  $\chi_{\nu;q}^2$  überschritten wird, über der Anzahl der Freiheitsgrade  $\nu$ .

ν	0.99	0.98	0.95	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50
1	0.00016	0.00063	0.00393	0.0158	0.0642	0.148	0.275	0.455
2	0.0100	0.0202	0.0515	0.105	0.223	0.357	0.511	0.693
3	0.0383	0.0617	0.117	0.195	0.335	0.475	0.623	0.789
4	0.0742	0.107	0.178	0.266	0.412	0.549	0.688	0.839
5	0.111	0.150	0.229	0.322	0.469	0.600	0.731	0.870
6	0.145	0.189	0.273	0.367	0.512	0.638	0.762	0.891
7	0.177	0.223	0.310	0.405	0.546	0.667	0.785	0.907
8	0.206	0.254	0.342	0.436	0.574	0.691	0.803	0.918
9	0.232	0.281	0.369	0.463	0.598	0.710	0.817	0.927
10	0.256	0.306	0.394	0.487	0.618	0.727	0.830	0.934
11	0.278	0.328	0.416	0.507	0.635	0.741	0.840	0.940
12	0.298	0.348	0.436	0.525	0.651	0.753	0.848	0.945
13	0.316	0.367	0.453	0.542	0.664	0.764	0.856	0.949
14	0.333	0.383	0.469	0.556	0.676	0.773	0.863	0.953
15	0.349	0.399	0.484	0.570	0.687	0.781	0.869	0.956
16	0.363	0.413	0.498	0.582	0.697	0.789	0.874	0.959
17	0.377	0.427	0.510	0.593	0.706	0.796	0.879	0.961
18	0.390	0.439	0.522	0.604	0.714	0.802	0.883	0.963
19	0.402	0.451	0.532	0.613	0.722	0.808	0.887	0.965
20	0.413	0.462	0.543	0.622	0.729	0.813	0.890	0.967
22	0.434	0.482	0.561	0.638	0.742	0.823	0.897	0.970
24	0.452	0.500	0.577	0.652	0.753	0.831	0.902	0.972
26	0.469	0.516	0.592	0.665	0.762	0.838	0.907	0.974
28	0.484	0.530	0.605	0.676	0.771	0.845	0.911	0.976
30	0.498	0.544	0.616	0.687	0.779	0.850	0.915	0.978
32	0.511	0.556	0.627	0.696	0.786	0.855	0.918	0.979
34	0.523	0.567	0.637	0.704	0.792	0.860	0.921	0.980
36	0.534	0.577	0.646	0.712	0.798	0.864	0.924	0.982
38	0.545	0.587	0.655	0.720	0.804	0.868	0.926	0.983
40	0.554	0.596	0.663	0.726	0.809	0.872	0.928	0.983
42	0.563	0.604	0.670	0.733	0.813	0.875	0.930	0.984
44	0.572	0.612	0.677	0.738	0.818	0.878	0.932	0.985
46	0.580	0.620	0.683	0.744	0.822	0.881	0.934	0.986
48	0.587	0.627	0.690	0.749	0.825	0.884	0.936	0.986
50	0.594	0.633	0.695	0.754	0.829	0.886	0.937	0.987
60	0.625	0.662	0.720	0.774	0.844	0.897	0.944	0.989
70	0.649	0.684	0.739	0.790	0.856	0.905	0.949	0.990
80	0.669	0.703	0.755	0.803	0.865	0.911	0.952	0.992
90	0.686	0.718	0.768	0.814	0.873	0.917	0.955	0.993
100	0 701	0.731	0.779	0.824	0.879	0.921	0.958	0.993

9.6 Tabelle A1 (Fortsetzung):  $\chi^2$ -Verteilung [8] für  $0.40 \ge \alpha \ge 0.001$ Werte von  $\chi_r^2 = \chi^2_{\nu; q} / \nu$ , die der Wahrscheinlichkeit  $P(\chi^2 > \chi^2_{\nu; q}) = \alpha$  entsprechen, dass  $\chi^2_{\nu; q}$  überschritten wird, über der Anzahl der Freiheitsgrade  $\nu$ .

ν	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.708	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	0.916	1.204	1.609	2.303	2.996	3.912	4.605	6.908
3	0.982	1.222	1.547	2.084	2.605	3.279	3.780	5.423
4	1.011	1.220	1.497	1.945	2.372	2.917	3.319	4.617
5	1.026	1.213	1.458	1.847	2.214	2.678	3.017	4.102
6	1.035	1.205	1.426	1.774	2.099	2.506	2.802	3.743
7	1.040	1.198	1.400	1.717	2.010	2.375	2.639	3.475
8	1.044	1.191	1.379	1.670	1.938	2.271	2.511	3.266
9	1.046	1.184	1.360	1.632	1.880	2.187	2.407	3.097
10	1.047	1.178	1.344	1.599	1.831	2.116	2.321	2.959
11	1.048	1.173	1.330	1.570	1.789	2.056	2.248	2.842
12	1.049	1.168	1.318	1.546	1.752	2.004	2.185	2.742
13	1.049	1.163	1.307	1.524	1.720	1.959	2.130	2.656
14	1.049	1.159	1.296	1.505	1.692	1.919	2.082	2.580
15	1.049	1.155	1.287	1.487	1.666	1.884	2.039	2.513
16	1.049	1.151	1.279	1.471	1.644	1.852	2.000	2.453
17	1.048	1.148	1.271	1.457	1.623	1.823	1.965	2.399
18	1.048	1.145	1.264	1.444	1.604	1.797	1.934	2.351
19	1.048	1.142	1.258	1.432	1.586	1.773	1.905	2.307
20	1.048	1.139	1.252	1.421	1.571	1.751	1.878	2.266
22	1.047	1.134	1.241	1.401	1.542	1.712	1.831	2.194
24	1.046	1.129	1.231	1.383	1.517	1.678	1.791	2.132
26	1.045	1.125	1.223	1.368	1.496	1.648	1.755	2.079
28	1.045	1.121	1.215	1.354	1.476	1.622	1.724	2.032
30	1.044	1.118	1.208	1.342	1.459	1.599	1.696	1.990
32	1.043	1.115	1.202	1.331	1.444	1.578	1.671	1.953
34	1.042	1.112	1.196	1.321	1.429	1.559	1.649	1.919
36	1.042	1.109	1.191	1.311	1.417	1.541	1.628	1.888
38	1.041	1.106	1.186	1.303	1.405	1.525	1.610	1.861
40	1.041	1.104	1.182	1.295	1.394	1.511	1.592	1.835
42	1.040	1.102	1.178	1.288	1.384	1.497	1.576	1.812
44	1.039	1.100	1.174	1.281	1.375	1.485	1.562	1.790
46	1.039	1.098	1.170	1.275	1.366	1.473	1.548	1.770
48	1.038	1.096	1.167	1.269	1.358	1.462	1.535	1.751
50	1.038	1.094	1.163	1.263	1.350	1.452	1.523	1.733
60	1.036	1.087	1.150	1.240	1.318	1.410	1.473	1.660
70	1.034	1.081	1.139	1.222	1.293	1.377	1.435	1.605
80	1.032	1.076	1.130	1.207	1.273	1.351	1.404	1.560
90	1.031	1.072	1.123	1.195	1.257	1.329	1.379	1.525
100	1.029	1.069	1.117	1.185	1.243	1.311	1.358	1.494

### 9.7 Versuchsprotokoll

Das Versuchsprotokoll sollte folgende Punkte enthalten:

- 1. Versuchsbezeichnung, Versuchsnummer Name, Datum
- 2. Zusammenfassung (Abstract)
- 3. Aufgabenstellung
- 4. Kurze Einleitung (Theoretische Grundlagen, wichtige Formeln mit den entsprechenden Bedingungen für deren Gültigkeit usw.)
- 5. Messmethode
- 6. Versuchsaufbau, Verwendete Messgeräte, Blockschema
- 7. Messergebnisse (Messwerttabellen)
- 8. Versuchsauswertung mit Fehlerrechnung (Diagramme mit Fehlerbalken) Zusammenstellung der Messergebnisse
- 9. Diskussion der Messergebnisse
- 10. Verwendete Literatur
- 11. Hinweise zum Inhalt des "Abstracts" From: Institute of Physics / Notes for Authors

#### Abstract

The purpose of the abstract is to give readers **concise information** about the content of the article. The abstract should be informative and not only indicate the general scope of the article but also state the **main results obtained** and **conclusions drawn**. The abstract is not part of the text and should be complete in itself; no table numbers, figure numbers, references or displayed mathematical expressions should be included. It should be suitable for direct inclusion in abstracting journals and should not normally exceed 200 words. If the article is not in English, an English version of the abstract must also be supplied.

Since contemporary information-retrieval systems rely heavily on the content of titles and abstracts to identify relevant articles in literature searches, great care should be taken in constructing both. Some authors find difficulty in abstracting their own articles and it is therefore suggested that they seek the help of a colleague when in doubt.

### 9.8 Detektor-Datenblatt

Die wesentlichen Eigenschaften des verwendeten Detektors der Firma ORTEC können dem folgenden Datenblatt entnommen werden.

Es ist eine Modell-Nr. von CA-23-50-100 angegeben.

Dabei bedeuten:

- C BNC-Anschluss auf der Rückseite
- A partially depleted (Sperrschicht geht nicht durch die volle Materialdicke
- 23 Energieauflösung von 23 keV für 5.5 MeV  $\alpha$ -Teilchen
- 50 Aktive Fläche von 50 mm<sup>2</sup>
- 100 minimale Sperrschichtdicke von 100 μm

WARRANTY BASIS         Shipment Date 7-15-81 Serial No. 21-2167-F         Model No.       CA-23-50-100         Active Area (nominal)       50         5.486 MeV Aloba Besolution       X3								
Shipment Date       7-15-81       Serial No.       21-267-F       Alpha R         Model No.       CA-23-50-100       Noise w         Active Area (nominal)       50       mm²       Shaping         5.486 MeV Alpha Besolution       23       KeV EWHM <sup>(4)</sup> Beverse	ACTUAL MEASUREMENTS							
Noise width     17     KeV FWHM <sup>(b)</sup> Temperature       Temperature 22°C     Sensitiv     Sensitive     Sensitive       Shaping Time Constant     0.5     µS     Nominal       Sensitive Depth (minimum)     2100     microns     Electrod       Operating Bias     85     volts	Resolution $12.6$ KeV FWHM <sup>(*)</sup> vidth $5.4$ KeV FWHM <sup>(*)</sup> g Time Constant $0.5$ $\mu$ s current $12$ $\mu$ amps @ 85 volts rature $21$ °C ve Thickness $2100$ microns al Resistivity $4.4$ $\Omega$ cm de Thickness: Au $40.0$ $\mu$ gm/cm <sup>2</sup> Al $39.0$ $\mu$ gm/cm <sup>2</sup>							

### QUALITY ASSURANCE DATA Semiconductor Radiation Detectors

NOTES:

#### WARRANTY TERMS

Detectors are guaranteed to meet the minimum specifications of the warranty basis data above for a period of <u>shipment</u> from the date of shipment if used in careful laboratory conditions as outlined in the ORTEC Detector Instruction Manual. During the term of the original warranty period the detector will be repaired or replaced at ORTEC option, at no charge to the user with service credit extended for unused portion of warranty period from date of notification of failure.

ORTEC makes no other warranties, express or implied, and specifically NO WARRANTY OF MERCHANTABILITY OR FITNESS FOR A PARTIC-ULAR PURPOSE.

ORTEC's exclusive liability is limited to repairing or replacing, at ORTEC's exclusive liability is limited to repairing or replacing, at ORTEC's option, items found by ORTEC to be defective in workmanship or materials within one year from the date of delivery. ORTEC's liability on any claim of any kind, including negligence, loss or damages arising out of, connected with, or from the performance or breach thereof, or from the manufacture, sale, delivery, resale, repair, or use of any item or services covered by this agreement or purchase order, shall in no case exceed the price allocable to the item or service furnished or any part thereof that gives rise to the claim. In no event shall ORTEC be liable for special or consequential damages.

#### GENERAL SPECIFICATIONS

1. All detectors are operated in excess of 12 hours in vacuum of  $10^{-6}\,\,\text{mm}$  of Hg before taking data shown.

2. Surface barrier type detectors have a front surface dead layer no greater than that corresponding to 20 KeV energy loss from a 5.486 MeV alpha.

a. Alpha resolution is the full-width at half-maximum (FWHM) of a 5.486 MeV thin <sup>34</sup>Am alpha source spectrum line, measured with detector and source in vacuum, with stated high voltage, and includes the noise contribution of an ORTEC Amplifier System.

b. Noise Width is the FWHM of an ORTEC precision pulse generator line spectrum with detector connected as a noise source to input of an ORTEC Amplifier System, and at stated bias voltage. Noise width is generally somewhat less than alpha resolution, and is very nearly equal to beta or proton resolution for totally absorbed particles.

Stice form a Data Certified by

When the bias voltage is applied to the detector through the preamplifier, the voltage drop across the bias resistor of the preamplifier should be accounted for. Thus, if R is the value of this resistor (see Preamplifier's Instruction Manual), V the applied voltage, and I the leakage current, then the effective bias voltage on the detector V<sub>0</sub> is given by

#### $V_{\rm D} = V - IR$

In some cases IR may not be negligible when compared with V, and consequently the value of V must be increased until V<sub>p</sub> reaches the recommended value.

## 9.9 Abbildungen

Abb. 1	Elastische Streuung	6
Abb. 2	Streuexperiment	7
Abb. 3	Streugeometrie ( $\delta$ = 73 mm, R <sub>1</sub> = 23 mm, R <sub>2</sub> = 27 mm, R <sub>A</sub> = 25 mm)	11
Abb. 4	Energieverteilung der $\alpha$ -Teilchen der verwendeten <sup>241</sup> Am-Quelle mit ein	ıer
mitt	leren Energie von ca. 3.65 MeV und einer Halbwertsbreite von ca. 840 ke	۶V
	12	
Abb. 5	Schemat. Darstellung eines Oberflächensperrschicht-Detektors (aus[3]).	13
Abb. 6	Energie-Reichweite Kurve für $\alpha$ -Teilchen in Silizium [7]	13
Abb. 7	Blockschema der elektronischen Apparatur	14
Abb. 8	Einige typische Impulsformen an den Positionen 1, 2 und 3/4	14
Abb. 9.	Energiebilanz des α-Zerfalls von <sup>241</sup> Am	17
Abb. 10	Energieverteilung der α-Teilchen aus einer dünnen Am-Quelle	19
Abb. 11	Definition des Raumwinkels	20
Abb. 12	Detektorraumwinkel	21
Abb. 13	Anteil des nuklearen Bremsvermögens $\varepsilon_n$ am totalen Bremsvermögen	$\boldsymbol{\epsilon}_t$
für o	α-Teilchen in Luft und Gold [7]	22
Abb. 14	Bremsvermögen von $\alpha$ -Teilchen in Gold. Für $E_{\alpha} > 1.3$ MeV ist der	
Fehl	ler der Bethe-Bloch Formel kleiner als 1 %	24
Abb. 15	Streugeometrie	24
Abb. 16	Die $\chi^2$ -Verteilung (P <sub><math>\chi</math></sub> (z) als Funktion von z = $\chi^2$ ) für verschiedene	
Wer	te der Anzahl der Freiheitsgrade v (aus [4])	27
Abb. 17	Streumessung mit n =12 Messpunkten und der Ausgleichsgeraden y =	ax
+b,	mit a = -3.98, $\sigma_a = 0.14$ , b = -0.12, $\sigma_b = 0.03$ , v=12-2=10, S=7.15, S/v=0.7	715.
	28	
Abb. 18	Konfidenzgrenzen für $\chi^2$ mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha$	29